天津商业大学2023年硕士研究生招生考试试题

专　　业：统计学

科目名称：概率论与数理统计（817）　　　共6页 第1页

说明：1. 答案标明题号写在答题纸上，写在试题纸上的无效。

2. 计算结果保留四位小数。

3. 分位数数据：$\Phi(2)=0.9772$，$u_{0.98}=2.05$，$t_{0.95}(9)=1.8331$，$\chi^2_{0.95}(5)=11.0705$，$F_{0.95}(2,12)=3.89$

一、单项选择题（每小题2分，共40分）

1. 某人向靶子射击三次，若用 $A_i(i=1,2,3)$ 表示“第 i 次射击击中靶子”，则事件“不多于2次击中”可表示为（　　）

A. $A_1 \cup A_2 \cup A_3$　　B. $\bar{A}_1 \cup \bar{A}_2 \cup \bar{A}_3$

C. $A_1 \cap A_2 \cap A_3$　　D. $\bar{A}_1 \cap \bar{A}_2 \cap \bar{A}_3$

2. 已知 $P(\bar{A})=0.5,\ P(\bar{A}B)=0.2,\ P(B)=0.6$，则 $P(A-B)=$（　　）

A. 0.1　　B. 0.2

C. 0.3　　D. 0.4

3. 一个箱子里装有10件产品，其中有6件合格品和4件不合格品，现从箱子里任取3件，则至少有一件是不合格品的概率为（　　）

A. $\frac{1}{6}$　　B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{5}{6}$　　D. $\frac{7}{8}$

4. 设随机变量 $X \sim b(2,p),\ Y \sim b(3,p)$，若 $P(X \ge 1)=\frac{5}{9}$，则 $P(Y \ge 1)=$（　　）

A. $\frac{1}{27}$　　B. $\frac{1}{3}$

C. $\frac{8}{27}$　　D. $\frac{19}{27}$

5. 设随机变量 X 服从区间 $(-2,\ 6)$ 上的均匀分布，则关于 z 的方程 $4z^2+4Xz+X+2=0$ 有实根的概率为（　　）

A. $\frac{1}{8}$　　B. $\frac{3}{8}$

C. $\frac{5}{8}$　　D. $\frac{7}{8}$

6. 设随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布，且 $P(X>0)=\frac{2}{3}$，则参数 λ 的值为（　　）

A. $\ln\left(\frac{1}{3}\right)$　　B. $\ln\left(\frac{2}{3}\right)$

C. $\ln\left(\frac{3}{2}\right)$　　D. $\ln 3$

7. 设随机变量 $X \sim N(1,\sigma^2)$，且 $P(1<X<2)=0.2$，则 $P(X<0)=$（　　）

A. 0.2　　B. 0.3

C. 0.4　　D. 0.7

8. 设 X,Y 是随机变量，且 $P(X\geq 0,Y\geq 0)=\frac{3}{7}$, $P(X\geq 0)=P(Y\geq 0)=\frac{4}{7}$，则 $P(\max\{X,Y\}\geq 0)=$（　　）

A. $\frac{1}{7}$　　B. $\frac{3}{7}$

C. $\frac{5}{7}$　　D. $\frac{40}{49}$

9. 设随机变量 X 与 Y 的方差分别为 $D(X)=16,\ D(Y)=25$，且 X 与 Y 的相关系数 $\rho_{XY}=0.5$，则 $D(X-Y)=$（　　）

A. 9　　B. 21

C. 41　　D. 61

10. 设随机变量 X 与 Y 相互独立且都服从正态分布 $N\left(0,\frac{1}{2}\right)$，则 $E(|X-Y|)=$（　　）

A. $\sqrt{\frac{2}{\pi}}$　　B. $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$

C. $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$　　D. $\sqrt{2\pi}$

11. 若 $X \sim N(0,1)$，对给定的 $\alpha(0<\alpha<1)$，数 z_α 满足 $P(X>z_\alpha)=\alpha$，若 $P(|X|<x)=0.95$，则 x 等于（　　）

A. $z_{0.475}$　　B. $z_{0.525}$

C. $z_{0.025}$　　D. $z_{0.05}$

12. 设 $x_1,x_2,\cdots,x_n\ (n\geq 2)$ 为取自总体 $N(0,1)$ 的简单随机样本，$\bar{x}$ 为样本均值，s^2 为样本方差，则（　　）

A. $n\bar{x} \sim N(0,1)$　　　　B. $ns^2 \sim t(n)$

C. $\dfrac{(n-1)\bar{x}}{s} \sim t(n-1)$　　　　D. $\dfrac{(n-1)x_1^2}{\sum_{i=2}^{n} x_i^2} \sim F(1,n-1)$

13. 假设检验易犯两类错误，以下关于两类错误的叙述中，错误的是（　　）

A. 只要作出拒绝原假设的决策，就有可能犯第一类错误

B. 只要作出不拒绝原假设的决策，就有可能犯第二类错误

C. 在同一次假设检验中，不可能同时犯第一类错误和第二类错误

D. 在样本量固定时，通过适当的方法可以同时减少犯两类错误的概率

14. 以下关于区间估计的描述中，正确的是（　　）

A. 置信区间的置信上限和下限都是随机变量，因此它是一个随机区间

B. 与矩估计一样，区间估计不能知道置信区间的可靠性

C. 在区间估计中，区间长度 $\hat{\theta}_2-\hat{\theta}_1$ 越大，区间 $(\hat{\theta}_1,\hat{\theta}_2)$ 的精确性越高

D. 当样本量固定时，可同时提高区间估计的精确度和可靠度

15. 已知总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，x_1,x_2,x_3 是取自总体的简单随机样本，以下关于 μ 的无偏估计量中最有效的是（　　）

A. $\hat{\mu}_1=\frac{1}{3}x_1+\frac{1}{3}x_2+\frac{1}{3}x_3$　　　　B. $\hat{\mu}_2=\frac{1}{6}x_1+\frac{1}{3}x_2+\frac{1}{2}x_3$

C. $\hat{\mu}_3=\frac{1}{4}x_1+\frac{1}{4}x_2+\frac{1}{2}x_3$　　　　D. $\hat{\mu}_4=\frac{2}{3}x_1+\frac{1}{3}x_2$

16. 在一元线性回归分析中，有平方和分解 $\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2=\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2+\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i-\bar{y})^2$，其中残差平方和 $\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2$ 的自由度为（　　）

A. n　　　　B. $n-1$

C. $n-2$　　　　D. $n-3$

17. 设总体 $X \sim N(\mu,\sigma^2)$，σ^2 未知，通过样本 $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 检验假设 $H_0:\mu=\mu_0$ vs $H_1:\mu\neq\mu_0$，则应采用的检验统计量是（　　）

A. $\dfrac{\bar{x}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}$　　　　B. $\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$

C. $\dfrac{\bar{x}-\mu}{s/\sqrt{n}}$　　　　D. $\dfrac{\bar{x}-\mu_0}{s/\sqrt{n}}$

18. 两总体 $X \sim N(\mu_1,\sigma_1{}^2)$，$Y \sim N(\mu_2,\sigma_2{}^2)$ 相互独立，从 X 与 Y 中分别抽取容量为 n_1 和 n_2 的样本，样本均值分别为 $\bar{x}$ 与 $\bar{y}$，样本方差分别为 s_1^2 和 s_2^2，则（　　）

A. $\dfrac{s_1^2}{s_2^2} \sim F(n_1-1,n_2-1)$　　B. $\dfrac{s_1^2/\sigma_1^2}{s_2^2/\sigma_2^2} \sim F(n_1-1,n_2-1)$

C. $\bar{x}-\bar{y} \sim N(\mu_1-\mu_2,\sigma_1^2+\sigma_2^2)$　　D. $\bar{y}-\bar{x} \sim N(\mu_2-\mu_1,\sigma_1^2+\sigma_2^2)$

19. 一元线性回归分析中，记 $L_{yy}=\sum_{i=1}^{n}(y_i-\bar{y})^2$ 称为总离差平方和，它反映了（　　）

A. 回归值 $\hat{y}_1,\hat{y}_2,\cdots,\hat{y}_n$ 的分散程度

B. 实验误差等随机因素对 y 引起的差异程度

C. y 的观测值 $y_1,y_2,\cdots,y_n$ 总的分散程度

D. 自变量 x 的变化在回归直线上对因变量 y 引起的差异程度

20. 设总体 X 具有如下表所示的概率分布，其中，$0<\theta<1$ 为未知参数，若已经取得了样本值 $x_1=1$，$x_2=2,x_3=1$ 则参数 θ 的似然函数为（　　）

X	1	2	3
P	θ	$\theta-\theta^2$	$(1-\theta)^2$

A. $2\theta^5(1-\theta)$　　B. $2\theta^3(1-\theta)^3$

C. $2\theta(1-\theta)^3$　　D. $\theta^2(\theta-\theta^2)$

二、计算与分析题（本题共 70 分）

1.（本题 10 分）现有两箱同种产品，每箱装有 10 件产品，其中第一箱内有 6 件一等品，第二箱内有 4 件一等品。现从两箱中任意挑出一箱，然后从该箱中依次随机取出 2 件产品（取出的产品不放回），试求：

（1）第一次取出的产品是一等品的概率；

（2）在第一次取出的产品是一等品的条件下，第二次取出的产品也是一等品的概率。

2.（本题 10 分）设随机变量 X 的密度函数为 $p(x)=ce^{-|x|}(-\infty<x<+\infty)$，求：

（1）常数 c；

（2）$P(-1\le X\le 1)$；

（3）X 的分布函数。

3.（本题 15 分）随机向量 (X,Y) 的联合密度函数为

$$p(x,y)=\begin{cases}\dfrac{1}{1-e^{-1}}e^{-(x+y)}, & 0<x<1, y>0\\ 0 & ,\text{其他}\end{cases}$$

（1）求边际密度函数 $p_X(x)$ 和 $p_Y(y)$；

（2）计算 $P(X+Y\le 1)$；

（3）求 $Z=\max\{X,Y\}$ 的分布函数。

4.（本题 10 分）设总体 X 的概率密度函数为

$$p(x)=\begin{cases}\theta c^{\theta}x^{-(\theta+1)}, & x>c\\ 0, & x\le c\end{cases},\ (c>0)$$

未知参数 $\theta>1$， $x_1,x_2,\cdots,x_n$ 为取自该总体的样本，试求 θ 的最大似然估计量。

5.（本题 15 分）设从总体 $X\sim N(\mu_1,64)$ 和总体 $Y\sim N(\mu_2,36)$ 中分别抽取容量为 $n_1=75$，$n_2=50$ 的独立样本，可计算得 $\bar{x}=82$， $\bar{y}=76$，求 $\mu_1-\mu_2$ 的置信度为 96%的置信区间。

6.（本题 10 分）某厂对废水进行处理，要求某种有害物质的浓度（单位:mg/l）不超过 19，抽样检测得到 10 个数据，其样本均值 $\bar{x}=19.5$，样本方差 $s^2=1.25$，假设该物质浓度服从正态分布 $N(\mu,\sigma^2)$。问在显著性水平 $\alpha=0.05$ 下能否认为处理后的废水符合标准。

三、应用题（每小题 10 分，共 40 分）

1. 某生产车间在一天内发生故障的概率为 0.2，若发生故障，车间在故障当天停止生产进行检修。在一周的 5 个工作日内，若无故障，车间可获得绩效奖励 10000 元；若发生一次故障，可获绩效奖励 5000 元；若发生两次故障则不奖励；若发生三次以上故障则扣除当月绩效奖励 20000 元。求该车间一周内所获得的绩效奖励的期望值。

2. 为了测量两地间的距离，由于测量工具受限，现将其分成 1200 段进行测量。设每段的测量误差（单位：千米）相互独立，且都服从 $(-0.5,0.5)$ 上的均匀分布。试求总测量误差的绝对值不超过 20 千米的概率。

3. 为检验某一骰子是否均匀，现将它投掷 60 次，记录各点出现的次数如下：

点数	1	2	3	4	5	6
次数	7	8	12	11	9	13

试在显著性水平 0.05 下检验这枚骰子是否均匀。

4. 为了研究某专业应届毕业的学生在不同地区就业的起薪是否存在显著差异，现从三个地区随机选取了一些用人单位，调查它们付给该专业应届毕业生的起薪，收集到的数据如下表所示（单位：元）：

地区 1	地区 2	地区 3
3050	4100	3550
3150	3950	3350
3000	3900	3500
3100	3800	3650
3150	3950	3600

假定三个地区的毕业生起薪服从正态分布，且方差相等。利用统计软件进行了方差分析，其部分数据如下表所示：

来源	平方和	自由度	均方	F 比
因子	①	②	⑤	⑦
误差	117000	③	⑥	
总和	1924000	④		

（1）计算表中数据①至⑦；

（2）在显著性水平 0.05 下，讨论不同地区就业的平均起薪是否存在显著差异。